

Κεφάλαιο 14ο

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Είμαστε και οι πρώτοι!



Λύση

Άσκηση 1n

Βρες αν οι παρακάτω αριθμοί είναι πρώτοι ή σύνθετοι. Εξέτασε πρώτα σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών 2, 3 και 5 ή κάνε τη διαίρεση με το 7. Πόσους διαιρέτες χρειάζεται να βρεις για έναν αριθμό προκειμένου να τον κατατάξεις στους σύνθετους;

ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ▶	100	181	224	263	285	311	411
ΑΡΙΘΜΟΙ ▼							
2							
3							
5							
7							

- Γράψε τους πρώτους :
- Γράψε τους σύνθετους :

Λύση

Άσκηση 2n

Γράψε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς ως γινόμενο δύο παραγόντων:

10:	35:	48:	54:
63:	72:	81:	93:

Λύση

Άσκηση 3n

- Γράψε 10 πρώτους αριθμούς:
- Γράψε 10 σύνθετους αριθμούς:

Λύση

Πρόβλημα 1ο

Ένας δάσκαλος, όταν ρωτήθηκε πόσων χρονών ήταν, απάντησε: «Η ηλικία μου σε χρόνια είναι πρώτος αριθμός αλλά, αν αντιστραφούν τα ψηφία, διαιρείται με το 5 και ελπίζω να ζήσω τόσα χρόνια!». Πόσων ετών είναι ο δάσκαλος;

Λύση

Απάντηση:



Λύση

Πρόβλημα 2ο

Ποιο είναι το μεγαλύτερο πιθανό γινόμενο δύο πρώτων αριθμών από τους οποίους ο καθένας είναι μικρότερος από το 100; Το γινόμενο που θα προκύψει είναι πρώτος αριθμός;

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 3ο

Χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1 έως 9, μία φορά τον καθένα, τοποθετήστε αυτούς που λείπουν στα κελιά του τετραγώνου που ακολουθεί, έτσι ώστε οι αριθμοί, όταν προσθέτονται σε κάθε σειρά ή σε κάθε στήλη, να έχουν άθροισμα έναν πρώτο αριθμό. (π.χ. στην πρώτη σειρά το άθροισμα να είναι ίσο με 13).

Πόσες διαφορετικές λύσεις μπορείτε να βρείτε;

2			13
	4	9	
5			

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία»

Ο Ιούλιος Καίσαρας επινόησε έναν απλό κρυπτογραφικό κώδικα προκειμένου να επικοινωνεί με τους στρατηγούς του με μηνύματα που δεν θα ήταν δυνατόν να τα διαβάσουν οι εχθροί του. Ο κώδικας βασιζόταν στην αντικατάσταση κάθε γράμματος του αλφαβήτου με κάποιο άλλο, όχι όμως επιλεγμένο τυχαία αλλά με βάση έναν μυστικό αριθμό. Πολλοί σύγχρονοι κρυπτογραφικοί κώδικες είναι βασισμένοι σε έναν ή σε γινόμενο από πρώτους αριθμούς. Η τεχνική της κωδικοποίησης είναι απλή. Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Κοιτάξτε στον ακόλουθο πίνακα το ελληνικό αλφάβητο. Στην πράσινη γραμμή εμφανίζεται όπως το γνωρίζουμε και το χρησιμοποιούμε. Στην καφετιά γραμμή μετατοπίσαμε τα γράμματα κατά 3 θέσεις προς τα δεξιά. Έτσι το Α έγινε Χ, το Β έγινε Ψ κ.λπ. (Αυτή είναι η κωδικοποίηση 3Δ, δηλαδή 3 θέσεις δεξιά).

A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω
Χ	Ψ	Ω	A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	P	Σ	T	Υ	Φ

Με την κωδικοποίηση (3Δ), αντί να γράψουμε Α, γράφουμε Χ, αντί του Β γράφουμε Ψ κ.λπ. Για παράδειγμα, η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ θα γίνει ΙΧΕΔΙΧΠΖΗΧ

Με το γινόμενο πριμών πρώτων αριθμών η κωδικοποίηση της λέξης ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ γίνεται ΠΕΜΛΠΕΨΝΞΕ;

Δημιουργήστε μια δική σας κωδικοποίηση πολλαπλασιάζοντας πρώτους αριθμούς μεταξύ τους και γράψτε τα ονόματά σας κωδικοποιημένα. Μετά ανταλλάξτε τα ονόματά σας με τα ονόματα κάποιου άλλης ομάδας και προσπαθήστε να βρείτε την κωδικοποίηση.



Μπορείτε να εξηγήσετε τι δείχνει το σχέδιο;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιες ανάγκες έκαναν τους ανθρώπους να επινοήσουν την κρυπτογραφία;
- Χρησιμοποιείται η κρυπτογραφία σήμερα;
- Εφαρμόζεται η κρυπτογραφία στους αριθμούς;

Δέντρα με αριθμούς



Λύση

Άσκηση 1η

Κύκλωσε στη στήλη κάτω από κάθε σύνθετο αριθμό τη σωστή ανάλυση του σε πρώτους παράγοντες:

36	63	67	70	78	84	91
2 · 2 · 3 · 3	2 · 3 · 21	1 · 67	7 · 10	2 · 2 · 3 · 7	7 · 12	1 · 91
2 · 3 · 3 · 3	7 · 9	3 · 17	5 · 14	2 · 3 · 13	4 · 21	3 · 29
2 · 18	3 · 21	3 · 19	2 · 5 · 7	2 · 3 · 17	2 · 2 · 3 · 3 · 7	7 · 13
3 · 12	3 · 3 · 7	7 · 19	2 · 2 · 5 · 7	2 · 39	2 · 2 · 3 · 7	13 · 17

Λύση

Άσκηση 2η

Υπολόγισε με το νου και γράψε κάθε αριθμό ως γινόμενο πρώτων παραγόντων:

10:	30:	50:	70:
20:	40:	60:	80:

Λύση

Άσκηση 3η

Συνέχισε το «δεντροδιάγραμμα» και γράψε μετά για κάθε αριθμό την ανάλυσή του σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

210 ■ ■	350 ■ ■	730 ■ ■
---------------	---------------	---------------

210 = 350 = 730 =

Λύση

Άσκηση 4η

Ανέλυσε τους παρακάτω σύνθετους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων και γράψε μετά για κάθε αριθμό την ανάλυσή του:

96	2	405	3	675	3	291	3	87	3
----	---	-----	---	-----	---	-----	---	----	---

96 = 405 = 675 = 291 = 87 =



Πρόβλημα 1ο

Αν γράψουμε το 100 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων, πόσα 2 και πόσα 5 θα υπάρχουν στο γινόμενο; (βρες τη λύση με ανάλυση ή με το νου)

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Το 11 είναι παράγοντας του αριθμού 2.310. Ποιους άλλους παράγοντες έχει ο αριθμός αυτός;

Λύση

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Αφίσα με τους 24 πρώτους αριθμούς»

Τα παιδιά θέλησαν να φτιάξουν μια αφίσα με τους 24 πρώτους αριθμούς. Το μέγεθος της αφίσας συμφωνήθηκε να είναι 6 x 4 σελίδες φωτοτυπικού χαρτιού. Χωρίστηκαν σε 3 ομάδες (ροζ, πορτοκαλί, γαλάζια). Κάθε ομάδα χωρίστηκε σε 2 υπο-ομάδες που η καθεμία θα ετοίμαζε ένα κομμάτι 2 x 2 σελίδων. Όταν συναντήθηκαν για να συναρμολογήσουν το έργο τους, υπήρχαν 3 ομαδικά έργα. Κάθε έργο αποτελούνταν από 2 μέρη, με κάθε μέρος να αποτελείται από 4 σελίδες. Στο σχέδιο φαίνεται το τελικό συναρμολογημένο έργο. Χρησιμοποιώντας μόνο πρώτους αριθμούς (ως παράγοντες) απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Πόσες σελίδες καλύπτει το καθένα από τα δύο μέρη της μιας ομάδας; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.)

.....

- Πόσες σελίδες καλύπτει το συνολικό έργο κάθε ομάδας; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.)

.....

- Πόσες σελίδες καλύπτει το συνολικό έργο και των τριών ομάδων; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων και να βρείτε το γινόμενο.)

.....

- Με πόσους τρόπους μπορούμε να βρούμε το συνολικό αριθμό των σελίδων της αφίσας;

.....

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος πρώτος αριθμός που έχει ανακαλυφθεί μέχρι σήμερα; Αναζητήστε πληροφορίες στο Διαδίκτυο ψάχνοντας τις λέξεις «prime numbers».
- Ποιοι ήταν οι γνωστοί μαθηματικοί που ασχολήθηκαν με τους πρώτους αριθμούς;
- Γιατί ο Ερατοσθένης σταμάτησε το «κόσκινο» στο 100 και δεν το προχώρησε για παράδειγμα ως το 1000;